

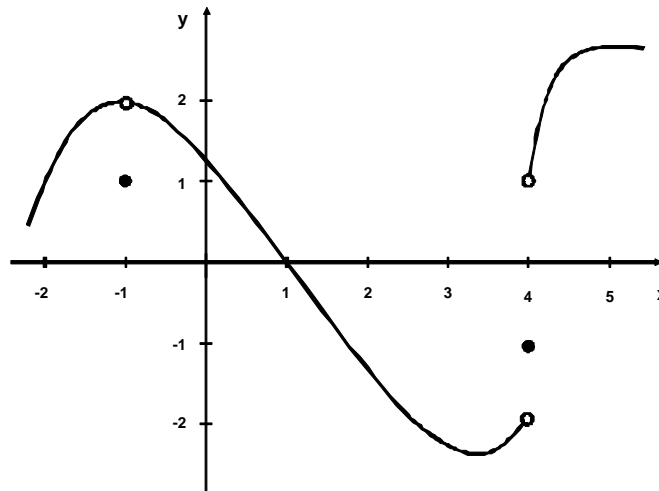


# LÍMITE DE UNA FUNCIÓN

## UNIDAD II

### EJERCICIOS ABIERTOS

- 1) ¿Cuál es la diferencia entre entorno y entorno reducido?
- 2) Obtener el entorno del punto  $a = 4$  y con la semiapertura  $\delta = 0.23$ .
- 3) Obtener el entorno reducido del punto  $a = -5$  y con la semiapertura  $\delta = 0.67$ .
- 4) Exponer el concepto formal de límite y trazar una gráfica al respecto.
  - A través de la definición, calcular formalmente los siguientes límites ( $\delta$  en función de  $\epsilon$ ):
- 5)  $\lim_{x \rightarrow 7} (3x)$
- 6)  $\lim_{x \rightarrow 5} (4x^2 - 2x - 10)$
- 7)  $\lim_{x \rightarrow -4} (-8x^3 + 6x^2 - x - 1)$
- 8)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2}{5x}$
- 9)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$
- 10) Si se tiene:  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 4$  y  $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 6$ , ¿es posible de que  $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$  exista?
  - Para la función  $f$  cuya gráfica se muestra, obtener el valor de la cantidad pedida, si existe. En caso en no existir, explicar por qué.



- |             |                                      |                                      |                                    |
|-------------|--------------------------------------|--------------------------------------|------------------------------------|
| 11) $f(4)$  | 12) $\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x)$  | 13) $\lim_{x \rightarrow 4^+} f(x)$  | 14) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x)$  |
| 15) $f(-1)$ | 16) $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ | 17) $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ | 18) $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ |

19) Explicar las propiedades de los límites.

- Aplicando las propiedades de los límites calcular:

20)  $\lim_{x \rightarrow 2} (17)$

22)  $\lim_{x \rightarrow -3} (-4x^3 + 5x^2 - 6x - 11)$

24)  $\lim_{x \rightarrow -7} \frac{x^2 - 2x + 4}{x^2 + 3}$

26)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 3x + 2}$

28)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 4x + 4}{x^2 - 6x + 8}$

30)  $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{x^2 - 11x + 30}{x^2 - 13x + 42}$

32)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4+x} - 2}{x}$

- Para las siguientes funciones determinar los límites infinitos (a través de sus límites laterales):

34)  $f(x) = \frac{3}{x}$

36)  $f(x) = \frac{4x}{x^2 - 9}$

- Calcular los siguientes límites trigonométricos:

38)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \text{sen } x$

40)  $\lim_{x \rightarrow \pi} \text{csc } x$

42)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8 - 8\cos^2 x}{x^2}$

44)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan 9x}{6x}$

Calcular los siguientes límites que tienden a infinito:

46)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x^2 - 5x - 7)$

48)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20x^2 - 13x + 3}{5x^2 - 10x + 22}$

50)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 - 4x^2 - 1}{10x^4 - 11x^3 - 7x^2 - 4}$

51) Dada una función racional, ¿cómo se puede saber el resultado de un límite cuando tiende a infinito?

- De acuerdo a lo anterior, determinar los siguientes límites:

52)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7x^2 + 5x + 1}{x^2 - 9x^3 - 4}$

21)  $\lim_{x \rightarrow 6} x$

23)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - x^2}{x^3 - 3^x}$

25)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x - 4}{x^2 + x - 6}$

27)  $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{(2x + 16)^2}{x^2 + 7x - 8}$

29)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x^3 - 1}$

31)  $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x} - 5}{x^2 - 25}$

33)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x-2} - 4}{\sqrt{x} - 3}$

35)  $f(x) = \frac{1}{x-1}$

37)  $f(x) = \frac{-2x^2 - 5x + 1}{x^2 - 3x - 21}$

39)  $\lim_{x \rightarrow \frac{3\pi}{2}} (-4 \cos x)$

41)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } 7x}{x}$

43)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{4 \text{sen } 3x}$

45)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \cot 9x$

47)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \text{csc } 2x$

49)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x^4 - 4x^3 - 12x^2 - x + 4}{4x^2 - 15x - 7}$

53)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x - 11x^3 - x^5}{12 - 6x^3 + 13x}$

$$54) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{22x^3 - 28x^4 - 8x}{10 - 7x^4 - 3x - 4x^3}$$

- Encontrar los siguientes límites exponenciales:

$$55) \lim_{x \rightarrow \infty} 3^x$$

$$56) \lim_{x \rightarrow -\infty} 5^x$$

$$57) \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{4}\right)^x$$

$$58) \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

$$59) \lim_{x \rightarrow 0} 7^x$$

- Hallar los siguientes límites logarítmicos:

$$60) \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_2 x$$

$$61) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_{10} x$$

$$62) \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{0.5} x$$

$$63) \lim_{x \rightarrow \infty} \log_{0.25} x$$

64) Definir formalmente el concepto de continuidad en un punto.

65) ¿Cuándo es continua una función en un intervalo?

66) ¿Qué significa que una discontinuidad sea evitable?

- Determinar si las siguientes funciones son continuas en el punto dado:

$$67) f(x) = -3x + 4 \quad \text{en } x = 2$$

$$68) f(x) = \sqrt{5x - 10} \quad \text{en } x = 1.5$$

$$69) f(x) = \frac{x^2 - 8x + 12}{x - 2} \quad \text{en } x = 2$$

$$70) f(x) = \frac{1}{x + 3} \quad \text{en } x = -3$$

$$71) f(x) = \frac{x^2 - 36}{x - 6} \quad \text{en } x = 6$$

$$72) f(x) = \cos x \quad \text{en } x = \pi$$

$$73) f(x) = \frac{x^2 + 3x - 11}{x^2 + 16x + 64} \quad \text{en } x = 5$$

$$74) f(x) = \frac{x^2 - 16}{2x - 8} \quad \text{en } x = 4$$

$$75) f(x) = \frac{4x + 9}{x^2 + 3x - 28} \quad \text{en } x = -7$$

$$76) f(x) = \frac{x^3 - 1}{x + 1} \quad \text{en } x = 1$$

77) Determinar el valor de  $c$  tal que la función sea continua en todos los números reales:

$$f(x) = \begin{cases} x + 3 & x \leq 2 \\ cx + 6 & x > 2 \end{cases}$$

78) Encontrar los valores de  $b$  y  $c$  tales que la función sea continua en todos los números reales:

$$f(x) = \begin{cases} x + 1 & 1 < x < 3 \\ x^2 + bx + c & |x - 2| \geq 1 \end{cases}$$

- Analizar la continuidad de las siguientes funciones:

$$79) f(x) = \frac{5x^2 - 24}{2x^2 - 98}$$

$$80) f(x) = \frac{6}{x^2 - 2x - 24}$$

$$81) f(x) = \frac{4x^3 - 2x^2 - 5x - 6}{x^3 - 13x^2 + 42x}$$

$$82) f(x) = \frac{5x^2 - 25}{3x - 24}$$

$$83) f(x) = |x|$$

$$84) f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 4 & 0 \leq x < 3 \\ 8 + 2x & x > 3 \end{cases}$$