LA DERIVADA

UNIDAD III

EJERCICIOS ABIERTOS

1) Explicar detalladamente el concepto de derivada.
2) Interpretar geométricamente el concepto de derivada.

- Derivar mediante la regla de los 4 pasos, las siguientes funciones:

3) $y = 4x^2$
4) $y = -8x + 15$
5) $y = 7x^3$
6) $y = 3x^2 - 5x - 1$
7) $y = \sqrt{6x}$

8) Explicar cuando una función es derivable.
9) ¿Una función derivable es continua?
10) ¿Una función continua es derivable?
11) En general, ¿cómo se puede saber si una función es derivable?
12) Dibujar dos funciones: una que sea derivable y otra que no lo sea.
13) Determinar los puntos en que la función $f(x) = |x-3|$ es derivable.
14) ¿Qué es la regla de la cadena?

- Aplicando las fórmulas de derivación, obtener la derivada de las siguientes funciones:

15) $y = 8$
16) $y = 3x + 7$
17) $y = 8x^2 - 12x + 41$
18) $y = \dfrac{1}{x^2}$
19) $y = \dfrac{6}{4x^3}$
20) $y = \dfrac{1}{3x}$
21) $y = (4x^3 - 9x^2)^3$
22) $y = (3x^2 - 7x + 11)^5$
23) $y = (5x^4 - 3x^3 - 8x^2 - 9x - 4)^7$
24) $y = \sqrt{5x}$
25) $y = \sqrt[3]{6x^4}$
26) $y = \sqrt[3]{(6x)^4}$
27) $y = \dfrac{1}{\sqrt[4]{7x^3}}$
28) $y = (4x^4 - 6x - 3) \cdot (5x^3 - 8x^2 - 10)$
29) $y = (7x^6 + 1) \cdot (2x^4 - 5) \cdot (7x^3 + 4x)$
30) $y = \dfrac{1}{6 \cdot \sqrt[7]{10x}}$
31) $y = \dfrac{7x^2 - 11x - 5}{8x^3 - 9x^4}$
32) $y = \dfrac{11x^3 - 3x^2}{3x^4 - 7}$
33) $y = \dfrac{x}{5}$
34) $y = \dfrac{5}{x}$
35) $y = \left(\dfrac{2}{x}\right)^3$
36) $y = \sqrt{6x^2 - 9x - 4}$
37) $y = \sqrt[3]{2x} \cdot \sqrt[4]{5x}$
38) $y = \dfrac{x-1}{x^2}$

39) $y=\frac{1-x}{1+x}$

- Obtener $\frac{d^3y}{dx^3}$ de las siguientes funciones:

40) $y=x^5-2x^4+3x^3-9x^2-8x-10$

41) $y=\sqrt{2x}$

42) $y=\frac{1}{3x}$

43) Obtener $\frac{d^6y}{dx^6}$ de la siguiente función: $y=\operatorname{sen}4x$

- Derivar las siguientes funciones implícitas aplicando el método expuesto y corroborarlo con el método de derivadas parciales:

44) $y^3-2xy-7x^3-2x^5y^4-11=0$

45) $9xy^2-15x^2y-19xy+18=0$

46) $-7xy+8x^2-9x^3-11x^3y-2=0$

47) $y^3-2xy-7x^3-2x^5y^4-11=0$

- Derivar las siguientes funciones expresadas de forma paramétrica:

48) $\left.\begin{array}{l} y=5t-3 \\ x=-2t^2-6t-1 \end{array}\right\}$

49) $\left.\begin{array}{l} y=\sqrt{5t} \\ x=\frac{1}{t} \end{array}\right\}$

50) $\left.\begin{array}{l} y=5\tan 3t \\ x=5e^{-4t} \end{array}\right\}$

51) $\left.\begin{array}{l} y=6\ln 4t \\ x=5\cos^{-1}6t \end{array}\right\}$

- Obtener la segunda derivada de las siguiente función expresada en forma paramétrica:

52) $\left.\begin{array}{l} x=6t^2-7t-14 \\ y=4t^4-9t \end{array}\right\}$

- Obtener la derivada de la función inversa de:

53) $f(x)=4x+3$

54) $f(x)=x^2+9$

55) $f(x)=\sqrt{7x-8}$

56) $f(x)=(x-1)^3$

- Derivar las siguientes funciones trigonométricas:

57) $y=9\operatorname{sen}7x$

58) $y=7\cot(-15x^3-8x)$

59) $y=-12\sec 11x^3$

60) $y=-3\cos(5x-1)$

61) $y=12\tan(6x^2-9x)$

62) $y=\csc(-3x^5-7x^3)$

63) $y=\cos\frac{1}{x}$

64) $y=\operatorname{sen}(11x^2-17x-6)$

65) $y=-12\csc 8x$

66) $y=-4\sec(8x^3-16x^2)$

67) $y=13\tan(11x-1)$

68) $y=\cos^3 2x$

69) $y=4\tan^5(9x^2-4x-1)$

70) $y=sen3x\cdot\cot 5x$

71) $y=\csc^6 11x^2$

72) $y=(4x^2-7x)^2\cdot\sec 6x$

73) $y=\frac{x}{sen8x}$

74) $y=\frac{9x^2}{\tan 4x}$

75) $y=\dfrac{\cos 10x}{\cot 4x}$

76) $x-y\cos x-3xy-4y=0$

77) $y=\dfrac{-2}{\tan 3x}$

78) $y=\dfrac{1}{\sec 2x}$

79) $y=5x\cdot\sec 10x^4$

80) $y=\sqrt{\operatorname{sen} 6x}$

- Derivar las siguientes funciones trigonométricas inversas.

81) $y=4\operatorname{sen}^{-1}5x$

82) $y=7\cos^{-1}2x^2$

83) $y=-9\csc^{-1}7x^3$

84) $y=14\cot^{-1}8x^2$

85) $y=\tan^{-1}10x^4$

86) $y=-11\sec^{-1}4x^5$

87) $y=-19\csc^{-1}6x$

88) $y=-4\sec^{-1}\left(7x^2-8x-2\right)$

89) $y=\dfrac{2}{\tan^{-1}x}$

90) $y=\dfrac{x}{\cos^{-1}x}$

91) $y=12\tan^{-1}\left(10x^4-3x\right)$

92) $y=x\cdot\operatorname{sen}^{-1}x$

93) $y=\operatorname{sen}x\cdot\operatorname{sen}^{-1}x$

94) ¿Será cierto que $\dfrac{dy}{dx}=1$ si $y=\operatorname{sen}^{-1}(\operatorname{sen}x)$?

- Derivar las siguientes funciones logarítmicas:

95) $y=\log_6 7x^4$

96) $y=\log_9(5x-2)^3$

97) $y=\log_5(3x-1)^7$

98) $y=\ln 2x$

99) $y=\ln 5x^2$

100) $y=\ln\left(11x^4\right)$

101) $y=4\ln\left(\operatorname{sen}^{-1}3x\right)$

102) $y=\log_2(\cos 5x)$

103) $y=\ln(5x-1)\cdot\left(8x^4-2\right)$

104) $y=\log_3\dfrac{x^3}{1-x}$

105) $y=\dfrac{1}{\ln x}$

106) $y=4x\cdot\ln 2x$

- Derivar las siguientes funciones exponenciales:

107) $y=4^{2x}$

108) $y=8^{x^3}$

109) $y=2^{\operatorname{sen}x}$

110) $y=e^{5x}\cdot 5^{3x}$

111) $y=\dfrac{\log_3\cos 4x}{8\ln 5x}$

112) $y=\sqrt{5e^{4x}}$

113) $y=e^{6x}$

114) $y=2e^{-9x^2}$

115) $y=-12e^{5x^3}$

116) $y=e^0$

117) $y=x\cdot e^x$

118) $y=5e^{7x}\cdot\cos 9x$

119) $y=e^{\operatorname{sen}2x}$

120) $y=17e^{\left(5x^2-7x+1\right)^2}$

- Derivar las siguientes funciones:

121) $y=\dfrac{12e^{5x}}{4\tan 3x}$

122) $y=2\ln x^4$

123) $y = \ln e^{x^3}$

124) $y = 9^{x^5}$

125) $y = \sqrt{4e^{7x^3}}$

126) $y = \dfrac{1}{e^{7x}}$

127) $y = x^4 \cdot 4^x$

128) $y = \sqrt[3]{\ln 5x^2}$

129) $y = \ln\left(\dfrac{7x^3 - 10x^2}{8x-3}\right)^6$

130) $y = \dfrac{e^x}{e^{-x}}$

131) $y = \ln \operatorname{sen} 4x$

132) $y = x^0 e^0$

133) $y = 8\tan^{-1} e^{6x}$

134) $y = 3^{e^{2x}}$

135) $y = \dfrac{x}{e^{-3x}}$