



# LA INTEGRAL

## UNIDAD V

### EJERCICIOS ABIERTOS

1) Definir con palabras propias el concepto de sucesión.

2) Dar cinco ejemplos de sucesiones.

- Expresar los primeros seis términos de las siguientes sucesiones:

$$3) a_n = \left\{ \frac{3}{4n-1} \right\}$$

$$4) a_n = \left\{ \frac{2^n}{5+2n} \right\}$$

$$5) a_n = \{(-1)^n(2n-1)\}$$

- Obtener el término general de las siguientes sucesiones:

$$6) \{a_n\} = \left\{ \frac{4}{2}, \frac{5}{4}, \frac{6}{6}, \frac{7}{8}, \frac{8}{10}, \dots \right\}$$

$$7) \{a_n\} = \left\{ 7, \frac{13}{4}, \frac{19}{9}, \frac{24}{16}, \frac{31}{25}, \dots \right\}$$

$$8) \{a_n\} = \{-1, 0, 3, 8, 15, 24, \dots\}$$

9) ¿Qué es una progresión aritmética? Establecer tres ejemplos.

10) ¿Qué es una progresión geométrica? Ofrecer tres ejemplos.

- Definir y dar un ejemplo de cada uno de los siguientes tipos de sucesiones:

11) Sucesión infinita.

12) Sucesión finita.

13) Sucesión convergente.

14) Sucesión divergente.

15) Sucesión creciente.

16) Sucesión decreciente.

17) Sucesión monótona.

18) Sucesión acotada.

19) ¿Qué es el límite de una sucesión?

- Calcular los límites de las siguientes sucesiones:

$$20) \{a_n\} = \left\{ 4, \frac{8}{3}, \frac{12}{5}, \frac{16}{7}, \frac{20}{9}, \dots \right\}$$

$$21) \{a_n\} = \{4, -8, 16, -32, 64, \dots\}$$

$$22) \{a_n\} = \left\{ -\frac{15}{5}, -\frac{30}{8}, -\frac{45}{11}, -\frac{60}{14}, -\frac{75}{17}, \dots \right\}$$

23) ¿Qué es una serie? ¿Cuál es la diferencia con respecto a una sucesión?

24) ¿Qué es una serie infinita? Y ¿Qué es una serie finita?

- Determinar la suma aproximada de las siguientes sucesiones:

$$25) s_n = \sum a_n = \frac{1}{4} + \frac{1}{16} + \frac{1}{64} + \frac{1}{256} + \frac{1}{1024} + \dots + \frac{1}{4^n} + \dots$$

$$26) s_n = \sum a_n = (-13) + (-9) + (-5) + (-1) + 3 + 7 + 11 + 15 + 19 + 23$$

- 27) ¿Cuál es la diferencia de una serie convergente, una divergente y una oscilante?  
 28) ¿Qué sucede si los términos de una serie se acercan a cero?  
 29) Explicar por qué una serie de incrementos constantes siempre es divergente.  
 30) ¿Cuándo converge una serie geométrica?

- Determinar la naturaleza de las siguientes series:

$$31) s_n = \sum \frac{8}{2^n}$$

$$32) s_n = \sum \frac{5n}{n+3}$$

$$33) s_n = \sum (9-7n)$$

$$34) s_n = \sum -4 \left( -\frac{3}{5} \right)^n$$

35) Explicar el concepto de partición.

36) ¿Cómo se define la suma de Riemann?

37) Formalmente, ¿qué es la integral definida?

- Resolver las siguientes integrales definidas mediante su definición formal:

$$38) \int_1^5 3x^2 dx \quad (\text{con partición de 10 celdas})$$

$$39) \int_{-2}^3 4x^5 dx \quad (\text{con partición de 9 celdas})$$

40) ¿Cuál es la interpretación geométrica de la integral definida?

41) Enunciar las propiedades de la integral definida.

42) ¿Qué es la integral indefinida?

43) Expresar las 27 fórmulas fundamentales de integración.

- Usando las fórmulas fundamentales, calcular las siguientes integrales:

$$44) \int 5dx \quad 45) \int 4x dx \quad 46) \int 12x^2 dx$$

$$47) \int (5x^4 - 8x^3 - 2x^2 + 7x - 9) dx \quad 48) \int \frac{6}{x^3} dx \quad 49) \int \sqrt[5]{x} dx$$

$$50) \int \sqrt[10]{x^6} dx \quad 51) \int \frac{x^5 + 9x^7 - 8}{x^3} dx \quad 52) \int \frac{-13}{\sqrt{x}} dx$$

$$53) \int \sqrt[5]{9x} dx \quad 54) \int \frac{(3-2x)^3}{\sqrt{x}} dx \quad 55) \int \frac{7x^6}{(x^7-3)^5} dx$$

$$56) \int (4x^3 - 5x)^6 (12x^2 - 5) dx \quad 57) \int \frac{7x^6}{(x^7-3)^5} dx \quad 58) \int \frac{x+50}{(x^2+100)^3} dx$$

$$59) \int (3-x^2) \sqrt[3]{x} dx \quad 60) \int \frac{x^2}{\sqrt[4]{x^3+6}} dx \quad 61) \int \frac{(4+x)^3}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$62) \int x^3 \sqrt{1-x^2} dx \quad 63) \int \frac{x^2}{\sqrt[3]{x^3+2}} dx \quad 64) \int \frac{dx}{\sqrt{7x+3}}$$

$$65) \int \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x-4}} dx \quad 66) \int \frac{dx}{x-9} \quad 67) \int \frac{dx}{3x+4}$$

$$68) \int \frac{-5x}{x^2 + 8} dx$$

$$71) \int \sin 6x dx$$

$$74) \int 16(13x + 3) \cos(13x^2 + 6x) dx$$

$$77) \int \tan \frac{11}{7} x dx$$

$$80) \int 19x^5 \sec 7x^6 \tan 7x^6 dx$$

$$83) \int 9w^4 \sec 3w^5 dw$$

$$86) \int 3x^5 e^{7x^6} dx$$

$$89) \int 7^{6x} dx$$

$$92) \int \frac{e^{2x}}{e^{2x} + 3} dx$$

$$95) \int x \sqrt{x^4 - 144} dx$$

$$98) \int \frac{7x}{x^4 - 81} dx$$

$$101) \int 11x^5 \sqrt{x^{12} + 256} dx$$

$$104) \int \frac{-11p}{\sqrt{64 - p^2}} dp$$

$$107) \int \frac{\sin dx}{\sqrt{\cos^2 x - 25}}$$

$$69) \int \frac{17x}{1 - 6x^2} dx$$

$$72) \int \cos 15x dx$$

$$75) \int \tan 4x dx$$

$$78) \int 13x^4 \csc^2 5x^5 dx$$

$$81) \int 9x^2 \csc 8x^3 \cot 8x^3 dx$$

$$84) \int e^{5x} dx$$

$$87) \int e^{\tan 2x} \sec^2 2x dx$$

$$90) \int 9^{12x^3} 8x^2 dx$$

$$93) \int \frac{x^4}{9x^5 - 6} dx$$

$$96) \int \frac{13x^3}{x^8 + 25} dx$$

$$99) \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 9}}$$

$$102) \int \frac{x^3 dx}{x^4 \sqrt{x^8 - 400}}$$

$$105) \int \frac{-\frac{3}{7} x^9}{x^{10} \sqrt{x^{20} - 1156}} dx$$

$$70) \int \frac{x+1}{x^2 + 2x - 9} dx$$

$$73) \int -4x^7 \sin 9x^8 dx$$

$$76) \int 5x \sec^2 7x^2 dx$$

$$79) \int \csc 11x^2 dx$$

$$82) \int -7 \cot 13x^2 dx$$

$$85) \int 9x^2 e^{8x^3} dx$$

$$88) \int e^{2 \sin 3x} \cos 3x dx$$

$$91) \int 0 dx$$

$$94) \int \frac{\cos 9x}{\sin 9x} dx$$

$$97) 3 \int x^4 \sqrt{x^{10} - 36} dx$$

$$100) \int \frac{dx}{49 - x^2}$$

$$103) \int \frac{-7m}{\sqrt{m^2 - 16}} dm$$

$$106) \int \sqrt{7x^4 + x^2} dx$$

¿Se pueden resolver las siguientes dos integrales?

$$108) \int \cos 5x^2 dx$$

$$109) \int x^2 (-1)^{x^3} dx$$

110) Explicar la regla de Barrow.

111) ¿Cómo se define formalmente la integral indefinida?

112) Establecer con detalle el teorema fundamental del cálculo.

113) La integración y la diferenciación son procesos...?

114) Explicar el teorema del valor medio del cálculo integral.

• Utilizando el método de integración por partes, resolver las siguientes integrales:

$$115) \int x \cos x dx$$

$$116) \int 5x \tan 3x dx$$

$$117) \int \cos^2 x dx$$

$$118) \int \sin x \cos x dx$$

$$119) \int x^4 e^{5x} dx$$

- Resolver las siguientes integrales trigonométricas:

$$120) \int \operatorname{sen}^7 x \, dx$$

$$121) \int \sec^4 8x \, dx$$

$$122) \int 7 \cos^5 x \, dx$$

$$123) \int \operatorname{sen} 9x \cos 5x \, dx$$

$$124) \int 4 \cos x \cos 6x \, dx$$

$$125) - \int \operatorname{sen} 5x \operatorname{sen} 7x \, dx$$

126) ¿Cuál es la diferencia entre una fracción propia y una impropia?

- Calcular las siguientes integrales utilizando el método de descomposición en fracciones racionales:

$$127) \int \frac{dx}{x^2 - 25}$$

$$128) \int \frac{x+3}{x^3 + 5x^2 + 4x} \, dx$$

$$129) \int \frac{4x+6}{x^3 + x^2 - 16x + 20} \, dx$$

$$130) \int \frac{x^3 + x^2 + x + 5}{x^4 + 4x^2 + 3} \, dx$$

$$131) \int \frac{6x^5 - 3x^4 - 2x^3 + 7x - 5}{(x^2 + 4)^2} \, dx$$

132) ¿Qué es una integral impropia?, ¿cómo se clasifican?

- Calcular las siguientes integrales impropias:

$$133) \int_0^4 \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 16}}$$

$$134) \int_2^7 \frac{1}{x-5} \, dx$$

$$135) \int_0^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{25 - x^2}}$$

$$136) \int_{-\infty}^0 e^x \, dx$$

$$137) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{49 + 9x^2}$$