

Def. La unión de  $n$  conjuntos está dada por

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$$

$$\bigcup_{i=1}^n A_i = \{x : x \in A_i \text{ p.a. } i=1, 2, 3, \dots, n\}$$

**Afirmación 10.**  $A_i \subseteq \bigcup_{j=1}^n A_j \quad \forall i=1, 2, 3, \dots, n.$

Dem.

Por inducción

(a) p.d. válido para  $n=1$

$$A_1 \subseteq \bigcup_{i=1}^1 A_i = A_1$$

pero  $A_1 \subseteq A$ , por afirmación 7

$\therefore$  Se cumple para  $n=1$

b) Supongamos válido para  $n$ :

$$A_i \subseteq \bigcup_{j=1}^n A_j \quad \forall i \in \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

c) p.d. válido para  $n+1$

$$A_i \subseteq \bigcup_{j=1}^{n+1} A_j \quad \text{para } i=1, 2, \dots, n+1$$

$$\text{p.h.i } A_i \subseteq \bigcup_{j=1}^n A_j \quad \text{para } i=1, 2, \dots, n$$

Por Afirmación 3

$$\bigcup_{j=1}^n A_j \subseteq \left( \bigcup_{j=1}^n A_j \right) \cup A_{n+1} \quad \text{para } i=1, \dots, n$$

$$\Rightarrow \bigcup_{i=1}^n A_i \subseteq \bigcup_{i=1}^{n+1} A_i \text{ para } i=1, \dots, n$$

por Afiración 3:

$$A_{n+1} \subseteq \left( \bigcup_{i=1}^n A_i \right) \cup A_{n+1} \text{ para } i=1, \dots, n$$

$$\Rightarrow A_i \subseteq \bigcup_{i=1}^{n+1} A_i \text{ para } i=1, \dots, n+1$$

$\therefore$  es válido para  $n+1$

$$\therefore A_i \subseteq \bigcup_{i=1}^n A_i \text{ para } i=1, \dots, n$$